

情報処理センター
研 究 報 告

The Bulletin of the Information Processing Center

第 25 号

(2 0 0 4 . 3)

岡 山 理 科 大 学

Okayama University of Science

岡山市理大町 1 - 1

Tel (086) 252-3012 (直)

目 次

1. MCM-41 メソ孔内における水分子のダイナミクス

理学部

高原周一・炭山直也

橘 高 茂 治

1

2. 分布が疎で誤差の大きなデータから情報を読み取る～古地磁気方位データ～

情報処理センター

畠 山 唯 達

3

3. 学習グループの最適化するための新しい遺伝的アルゴリズム

情報処理センター

岩 崎 彰 典

総合情報学部・情報科学科

宮 地 功

13

岡山県立岡山城東高等学校

尾 上 誉 幸

MCM-41 メソ孔内における水分子のダイナミクス

(岡山理科大学理学部) 高原周一, 炭山直也, 橘高茂治

1. はじめに

水分子は単純な構造を持つが, 多くの結晶多形, 液体, 2種類のアモルファス氷などに見られる極めて多様な水素結合ネットワークを形成する. この水素結合ネットワークは制限空間内でさらに変化する. 制限空間内での水の構造とその物理化学的性質を知ることは, 生体内での水の役割をはじめ界面水の関わる多くの問題を理解する上で重要である. 我々はすでに, 径のそろったシリンダー状メソ孔を持つMCM-41 [1] 中の水の中性子準弾性散乱スペクトルを日本原子力研究所の分光器 AGNES を用いて測定し, 制限空間内ではバルクに比べ水分子の並進運動が遅くなるという結果を得ている [2]. このスペクトルの解析には, 水分子の並進および回転拡散がそれぞれ単一の緩和時間を持つとするモデル [3] を用いた. 最近, Chen らのグループは制限空間内の水の中性子準弾性散乱スペクトルを緩和時間の分布も組み込んだモデルで解析している [4, 5]. そこで今回我々は, MCM-41 メソ孔内の水のスペクトルについて, 上記2つのモデルを用いてそれぞれ解析を行い, 両者の結果を比較した.

2. 実験

Beck らの方法 [1] に従い, テンプレート分子である n -アルキルアンモニウム塩の炭素数を 10, 14 と変えて, 細孔径の異なる2種類の MCM-41 (以下, C10, C14) を合成した. 窒素吸着等温線より求めた細孔半径は C10, C14 の順に 1.07, 1.42 nm であった. 中性子準弾性散乱測定は, MCM-41 に水を毛管凝縮させた試料および乾燥させた MCM-41 試料について, フランス LLB の分光器 MIBEMOL (中性子波長 9 Å) を用いて, 238-298 K の温度範囲で行った. 得られたスペクトルは主に水分子の並進拡散の寄与からなる.

3. 結果・考察

図1に, 298 Kにおける MCM-41(C14)に毛管凝縮した水の中性子散乱スペクトルを示す. 図中のスペクトルは乾燥試料のスペクトルを差し引いて水分子からの寄与のみを取り出したものである. これらのスペクトル $I(Q, \omega)$ を以下の2つのモデル関数でそれぞれフィッティングした.

モデル A

$$I(Q, \omega) = e^{-Q^2 \langle u^2 \rangle / 3} \left[A_0 \delta(\omega) + A_1 \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\omega^2 + \Gamma^2} + B \right] \otimes I_R(Q, \omega) \quad (1)$$

モデル B

$$I(Q, \omega) = e^{-Q^2 \langle u^2 \rangle / 3} \left[A_0 \delta(\omega) + A_1 \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-(\Gamma t)^\beta} \cos(\omega t) dt + B \right] \otimes I_R(Q, \omega) \quad (2)$$

ここで, Q は中性子の運動量変化, ω はエネルギー変化である. $\langle u^2 \rangle$ は分子の熱振動振幅の2乗の平均, $\delta(\omega)$ はデルタ関数, Γ は準弾性成分の半値半幅, $I_R(Q, \omega)$ はバナジウム金属板で測定した装置関数, $\otimes$ は ω での畳み込みを表す. β は緩和時間の分布が狭くなると大きくなる定数であり, $\beta = 1$ のときモデルBはモデルAに一致する. A_0, A_1, B は定数である. (1) および (2) 式の $\exp(-Q^2 \langle u^2 \rangle / 3)$ の部分は Debye-Waller 因子, 大括弧中の1項目はメソ孔表面近傍の止まっている水分子からの弾性散乱成分, 2項目はメソ孔中央部分の水分子の並進拡散に起因する準弾性成分, 3項目は水分子の格子振動によるバックグラウンドを表している. これらの関数を使って, Q の異なる5本のスペクトルを $\langle u^2 \rangle, A_0, A_1$ の値を共通にして同時フィッティングした. フィッティングに使用したコンピュータは岡山理科大学情報処理センターに設置されているワークステーション IBM59H, 用いたプログラムは KIWI [6] である. 図1に示されているように, スペクトルはどちらのモデルを使ってもうまくフィットすることができた.

図2に、 Γ の Q 依存性から決定した水分子の並進拡散係数 D_T の温度依存性を示す。比較のためにバルクのデータも示す。運動性の分布を考慮したモデルBを使って求めた D_T は、分布を考慮していない従来型のモデルAを使って求めた D_T に比べ、10-30%程度小さくなることがわかった。しかし、どちらのモデルの結果も、バルク、C14、C10の順に水分子の並進拡散が遅くなるという結果となった。これは、以前のAGNESの実験結果(モデルAと基本的に同等の解析手法を使用)[1]と定性的に一致する。

同じ系についてのX線回折実験の結果、メソ孔中では水分子間の水素結合ネットワークが歪められていることがわかっている[7]。これは、水分子の運動性を増加させる要因となる。今回の結果は、上記の寄与より、メソ孔表面と水分子との相互作用や制限空間内に閉じ込められることによる分子運動の抑制の方が勝っていることを意味している。

参考文献

- 1 Beck, J. S.; Vartuli, J. C.; Roth, W. J.; Leonowicz, M. E.; Kresge, C. T.; Schmitt, K. D.; Chu, C. T.-U.; Olson, D. H.; Sheppard, E. W.; McCullen, S. B.; Higgins, J. B.; Schlenker, J. L. *J. Am. Chem. Soc.* **1992**, *114*, 10834.
- 2 Takahara, S.; Nakano, M.; Kittaka, S.; Kuroda, Y.; Mori, T.; Hamano, H.; Yamaguchi, T. *J. Phys. Chem. B* **1999**, *103*, 5814.
- 3 Teixeira, J.; Bellissent-Funel, M.-C.; Chen, S.-H.; Dianoux, A. *J. Phys. Rev. A* **1985**, *31*, 1913.
- 4 Zanotti, J.-M.; Bellissent-Funel, M.-C.; Chen, S.-H. *Phys. Rev. E* **1999**, *59*, 3084.
- 5 Fraone, A.; Liu, L.; Mou, C.-Y.; Shih, P.-C.; Copley, R. D.; Chen, S.-H. *J. Chem. Phys.* **2003**, *119*, 3963.
- 6 A fit program for quasi-elastic data analysis, "KIWI ver.1.01" made by Fanjat, N.
- 7 Smirnov, P.; Yamaguchi, T.; Kittaka, S.; Takahara, S.; Kuroda, Y. *J. Phys. Chem. B* **2000**, *104*, 5498.

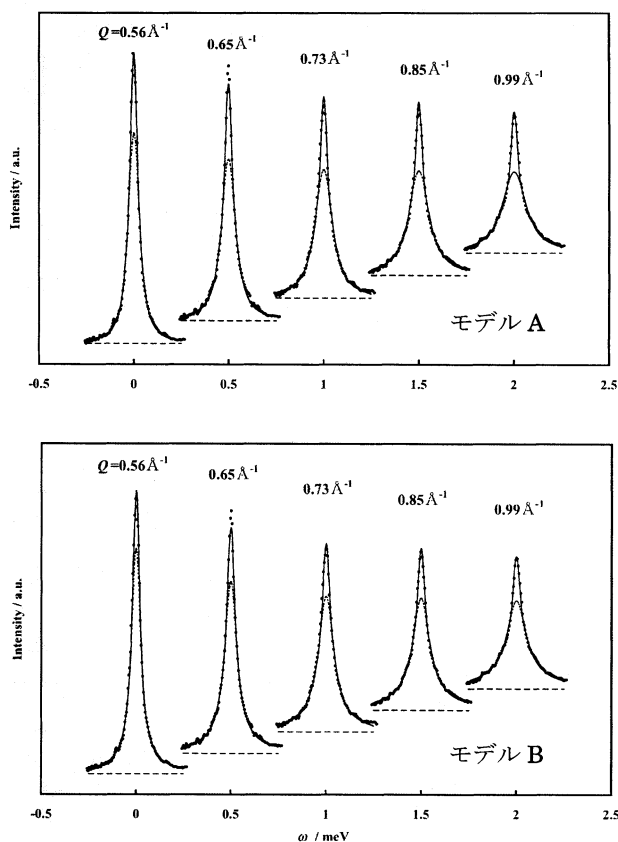


図1. 298 KにおけるMCM-41(C14)に毛管凝縮した水の中性子散乱スペクトル. 上がモデルA, 下がモデルBを用いたフィッティング結果. 点が実験データ, 実線がフィッティング曲線, 点線が準弾性成分, 破線がバックグラウンドを表す.

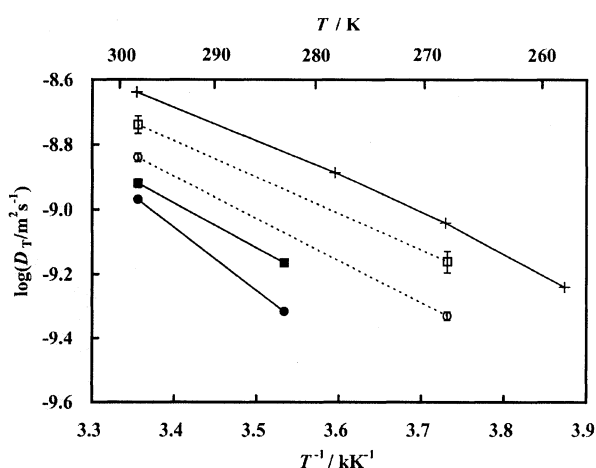


図2. MCM-41(C14)に毛管凝縮した水分子の並進拡散係数 D_T の温度依存性.

■ : C10 (モデルA), ● : C10 (モデルB),
□ : C14 (モデルA), ○ : C14 (モデルB),
+ : Bulk.

分布が疎で誤差の大きなデータから情報を読み取る ～古地磁気方位データ～

Information acquisition from sparsely distributed and low-accuracy data

— paleomagnetic direction data of paleosecular variation in the geological time —

島山 唯達

(岡山理科大学情報処理センター)

Tadahiro Hatakeyama

(Information Processing Center, Okayama University of Science, Japan)

Abstract

天然の現象・物質から得られるデータの中には、単に1つ1つの誤差が大きいだけでなく、場合によっては解析をするのに十分な数が得られないものも多くある。本研究ではそのようなデータのうち、古地磁気データを用いて地球磁場の変動をとらえる解析について、信頼できるデータの蓄積を時間軸にしてより複雑・多次元な解析へ向かう方向に、過去の研究の簡単な説明と自分自身の研究の現状を考察・報告する。

1 はじめに—古地磁気方位データ

古地磁気学は、火山から噴出した火山岩や海底・湖底などで堆積した堆積岩・堆積物を採取して、それらが持つ「磁石の性質 (これを残留磁化と呼ぶ)」の強度・向きをシールドで囲った無磁場中で測定することによって、過去の地球磁場を復元しようと試みる学問である。そこから得られる、いわゆる「古地磁気データ」には、「方位データ」と「強度データ」の2種類がある。前者は試料が持つ残留磁化 (磁気モーメント) は、磁化獲得当時の地球磁場ベクトルの方向と平行だったと仮定して、その方位を「地球磁場のスナップショット」のデータと見なしたものである。この仮定は岩石 (が含有する磁鉄鉱などの磁性鉱物) の磁気物理的な歪みの巨視的総和がさほど異方性を持たないことから、ほとんどの場合正

しくなることが経験的に知られている。一方「強度データ」についてはそう事が単純でない。火山から噴出・固化・冷却する過程でキュリー温度を下回る瞬間に獲得された「熱残留磁化」は、方向についてはその瞬間の周りの磁場方向を反映している。さらに理想的には、熱残留磁化の強度 (磁石の強さ) はその時点の地球磁場の強度 (ベクトルの長さ) に比例しているので、実験室中でもう一度加熱して、既知のコントロールした磁場を与えながら再冷却したことで得られる磁化の強度と比較することで、岩石の冷却当時の地球磁場強度が復元されることが期待できる (Thellier and Thellier, 1959; Coe, 1967)。しかしこのような前提条件が成り立つものは火山岩でも稀である。ましてや堆積岩に至ってはこの仮定はまったく成立しない。この事情から、現在我々が持っている信頼できる「古地磁気データ」のほとんど (8割

以上)は「古地磁気方位データ」なのである。

さらに、地球上の1点で集めた古地磁気方位データも大きなばらつきを持つ。この原因は大きく分けて2つ考えられる。1つは試料の採取過程や測定過程で発生する誤差である。この実験室内外に起因する誤差は、どんなに優れた採取方法などをもってしても最低2,3度は免れない。ただし、この誤差は1つの地域(たとえば溶岩であれば1枚の溶岩流)から複数の試料を採取・測定することである程度減らすことができる。もう一方のばらつきは地球磁場そのものの変動に起因するものである。地球磁場は実に短い時間スケールでベクトルの強度、方位が変動することが知られている。例えば強度に関しては、比較的良く知られている過去数千年の間にも数10%も強くなったり弱くなったりしている(例えば小玉一人著「古地磁気学」の18ページ図1.4.6などが分かり易い)。同様の傾向は方位にも見られ、数百年の時間スケールで磁場の方向は10数度も変化する。この変化を長い目(数万年以上)で見ると平均の周りに10度以上のばらつきを持って分布することになる。この「平均方位」と「ばらつき」はそれぞれ「平均地球磁場(Time-Averaged Field: TAF)」、「古地磁気永年変化(Paleosecular Variation: PSV)」と呼ばれ、その振る舞いが研究対象となる。TAFにおける第0近似は「平均方位は、地心軸双極子磁場が作る磁場方位」、つまり地球の中心に巨大な磁石(南極方向がN、北極方向がS)があつて、それによって作られる磁場の方位である。

2 古地磁気方位の統計学：

2.1 軸対照的な分布 —Fisher 統計

「地質学的」と言えるほど長期間に渡って得られた古地磁気方位データを単位球面上に投影すると、(A) 平均方位の周りになんとなく円状に分布すること、(B) それが地球磁場の変動に拠ることは古くから知られていた。Fisher(1953)は、それを「平均の

周りに2次元正規分布的に分布する」と統計学的に処理した。つまり、単位球面上で平均方位を z 軸方向に取った時の分布関数は、 z 軸からの離角 θ に対して

$$p_F(\theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp(\kappa \cos \theta) \quad (1)$$

となる。ここで κ は集中度パラメータと呼ばれる分布の集まり度合いを示す定数である。また θ が小さければ($\cos(\theta) \sim 1 - \theta^2/2$, $\sinh \kappa \sim e^\kappa/2$)、2次元正規分布と等しくなる。この分布はFisher分布と呼ばれ、現在に至るまで古地磁気学の最も基本的な統計処理として利用されている。このモデルにおける角分散(Angular Standard Deviation: ASD)は、

$$ASD_F = \sqrt{\frac{2}{\kappa}} \quad (2)$$

と書け、また測定されたばらつきのあるデータから求められる(小玉, 1999)。実際には集中度パラメータ κ の推定値 k は N 個のデータから、 $k = (N - 1)/(N - R)$ と計算される(R は N 個の方位データの単位ベクトルの合計ベクトルの長さ($\leq N$))。

古地磁気学(特に、1ヶ所のサイトから採取してきた1個1個の岩石を地道に測定する現場では)、このFisher統計は簡単かつ意味が分かり易いため普通に用いられる。しかしこの統計的扱いでは、全球的な「古地磁気永年変化(PSV)モデル」を考える時に1つの大きな矛盾が生じる。それは「方位データそのものを球面上で丸く分布する」という近似(モデル)と「方位データから投影された仮想的な地磁気の『極』(Virtual Geomagnetic Pole: VGP)が丸い分布を持ってふらつく」という近似は両立しないことである。VGPというのは、「地球の中心に棒磁石があると仮定して、得られた古地磁気方位データとその岩石を採取した緯度経度から逆算した、棒磁石の北極(S極の延長が地表に現れる点)」である。この2つの方向の関係はお互いを斜めに見たような写像になるため、この2つの分布が同時にまん丸くなるのは観測点がVGPに一致するかその裏側にある時—つまり岩石採取点が北磁極か南磁極にある場合—

で、ふつう人間が岩石を採取する観測点ではそうはならない。上記の「どちらが丸い？」のうち前者を仮定すると、当然北極の周りにおける、そのサイトから採取されたサンプルから計算された VGP は丸い Fisher 分布にならない。当然、地球上の他のサイトでも、古地磁気方位は Fisher 分布を取る可能性は少ない。一方、後者の仮定をすると「極は Fisher 分布、各地点での古地磁気方位の分布は丸くない」ということになる。これまでの古地磁気学、とくに測定を扱った論文の多くでは前者を採用してきた。というのも、あるサイトにおける古地磁気学的研究の最大の目的はその地点でのより正確な、信頼における古地磁気データを得ることであって他の地点での方位のことなど知ったことではないからである。しかし、グローバルな観点に立つと、後者の方が「地球磁場は双極子が振動する」というモデルの上では正しい仮定になる。しかし最近の研究ではこの仮定すら怪しい。たとえば、平均方位を考えると地球上のどの点でも VGP の平均は地心軸双極子を仮定して観測されるであろう極、つまり地理的な北極に比べて向こう側に行くこと ("Far-side effect" と呼ばれる) が知られているし (これは前節で触れた「TAF の第 0 近似」を否定する。Wilson, 1970, 1971; McElhinny, et al., 1996 など)、分散 - PSV に関しても回転軸に対して非対称な成分が他の成分に比べて著しく大きいことがわかってきた (次節の図 3 についての説明文を参照)。いずれにせよ、現在でも古地磁気測定の現場ではまず Fisher 統計をとることが行われていることは事実である。

2.2 2 次元的な分布 —Bingham 統計

上で述べたような矛盾は、古地磁気学的データが多くなることによって露呈してきた。地球上の 1 点 (もしくは 1 点とみなせる範囲) で採取・測定されたサンプルの数が多くなってくると、古地磁気方位、あるいは VGP のいずれかの分布が「丸くない」ことに気づくようになったのだ。そこで、地球磁場モ

デルの幾何的な次数を 1 つ上げて「丸」から「楕円」に近い分布を考えるようになった。その代表的なものが Bingham 分布 (Bingham, 1974) である。ここでは単位球面上の分布の中心で直交する 2 つの軸を設け、それに沿ってばらつきの具合が違っていると仮定する。分布の中心軸方向を z 軸にとり、単位球面上に楕円状に分布する長軸方向を x 軸とするような極座標系 (θ, ϕ) での分布関数は

$$p_B(\theta, \phi) = D(k_1, k_2) \cdot \exp [(k_1 \cos^2 \phi + k_2 \sin^2 \phi) \sin^2 \theta] \quad (3)$$

と定義される。 k_1, k_2 は極から見た 2 軸方向への集中度パラメータで、 $D(k_1, k_2)$ は規格化定数である ($k_1, k_2 < 0$ で $|k_1| \leq |k_2|$ と定義する)。ただし、この分布は分布の中心極を両側に持つバイモーダルな分布を考えているところが前の Fisher 分布とは異なる。集中度パラメータ k_1, k_2 は直接的にではなく、強度 (長さ) を含まない方位データから計算される単位ベクトルの分布の慣性モーメントテンソル (τ) の固有値のうち小さい 2 つ (τ_{31}, τ_{32}) より繰り返し計算を用いた最尤法によって求められる (Onstott, 1980; Tanaka, 1999)。

この k_1, k_2 と τ_{31}, τ_{32} を用いると、各軸方向 (1, 2) に対して以下のように角度分散 $ASD_{(1)}, ASD_{(2)}$ が定義できる (Hatakeyama et al., 2004)。

$$ASD_{(1)} = \sqrt{\frac{-1}{k_1 \tau_{31}}}, \quad ASD_{(2)} = \sqrt{\frac{-1}{k_2 \tau_{32}}} \quad (4)$$

一般的に、直接測定で得られる古地磁気方位データの分布が丸い場合、そこからそれぞれのデータについて計算される VGP の分布は左右に伸びる。一方、VGP の分布が丸い場合、そこから逆算される古地磁気方位の分布は前後 (縦) 方向に長く伸びる (図 1)。そこで、分布の「伸び」を表すパラメータ (Elongation Parameter: E) を

$$E \equiv \frac{ASD_{(子午面方向)}}{ASD_{(横方向)}} \quad (5)$$

と定義しよう。 E が 1 の時に分布は丸く (Fisher 的に) なり、それより大きいと子午面方向 (前後) に、

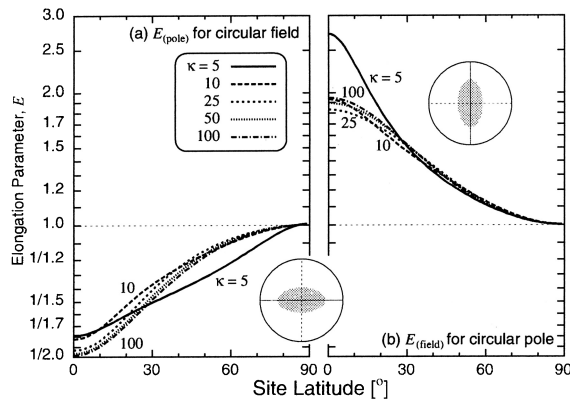


図 1: 分布の「伸び」を表すパラメータ E の観測点緯度ごとの様子。(a) 方位データ分布が Fisher 分布の時の VGP 分布の「伸び」、(b) VGP が Fisher 分布になる時の方位データ分布の「伸び」

それより小さいと左右に伸びた分布であることを示す。「方位データが Fisher 分布をする時」と「VGP が Fisher 分布をする時」のそれぞれについて、いろいろな κ ごとにサンプル採取緯度に対する E の変化は図 1 のようになる。 κ が極端に低く ($\kappa < 10$) ないかぎり、おおよその E の緯度変化は丸い方の分布の κ には依らないことがわかる。ちなみに $\kappa = 10$ で $ASD_F \simeq 25.6^\circ$ 、 $\kappa = 5$ で $ASD_F \simeq 36.2^\circ$ となり、サンプル数がさほどない場合 $\kappa = 5$ 程度ではもはや「まとまった分布」として扱うのが困難になってくる。

上記のような球面上の 2 次元分布を実際の古地磁気データを使って推測するためには、1 つのサイトで時間的に十分まばらに得られた古地磁気データが最低 100 個程度はある必要がある。現在、地球上で古地磁気学者たちの努力とサンプルの豊富さのおかげでこのような解析ができるほどデータが集積したサイトは少なくとも 3 つある。ハワイ (北緯 19.5 度, 西経 155.0 度: サイトの平均位置, $N=428$: サンプル数)、仏領ポリネシア・ソサエティ諸島 (タヒチを含む: 南緯 18.0 度, 西経 148.6 度, $N=306$)、そしてアイスランド (北緯 65.0 度, 西経 19.0 度, $N=748$) である。こ

	方位	VGP
ソサエティ諸島	1.49	0.92 (=1/1.09)
ハワイ	1.51	0.85 (=1/1.17)
アイスランド	1.13	0.93 (=1/1.08)

表 1: 3 地点での E の方位データ・VGP 分布の値。 $E > 1$ は子午面 (前後) 方向の、 $E < 1$ は横 (左右) 方向の伸びを表す。

の 3 つのサイトはいずれもホットスポット (マントル以深から直接マグマが供給される点) であり、少なくとも過去数百万年に渡って安定して溶岩を地表に噴出できるだけのマグマを供給してきた。ここではこれまで公表されている 3 点のデータを使って、分布を考えてみよう。図 2 は上記 3 点での古地磁気方位と VGP の分布である。

いずれのサイトでも、古地磁気方位データは前後方向に大きく伸びている。単純に図 1 の考え方を適用すれば『丸い VGP』と『縦方向に伸びた方位データ』が全球的に見られるということで、双極子が地理的な北極の周りをふらつく PSV モデルを支持していることになる。この特徴は低緯度の 2 サイトーハワイとソサエティ諸島ーで顕著で高緯度のアイスランドではあまりはっきりしない。これは前の図 1 で表される E が高緯度へ行くほど歪みにくくなる ($E = 1$ に近づく) 性質と一致している。

一方で、方位データの伸びに比べれば目立たないが、VGP の分布は横方向に若干歪んでいることも見逃せない (表 1)。この横方向の歪みはどういうことであろうか? ソサエティ諸島とハワイは経度が近く、VGP の分布も似通っている。それだけからならば、PSV として「双極子が北極の周りをふらつく、しかもソサエティ諸島やハワイから緯度が 90 度ずれた方向 (東経 120° - 西経 60° 方向) の方向に大きくふらつく」ようなモデルを考えることが可能である。しかし、上記 2 サイトから東に 120 ほど経度が異なるアイスランドでも、同様の「サイトから見て横に伸びる VGP」が観察されるのである。何か双極子でない成分が PSV の中にあると考えることができよう。

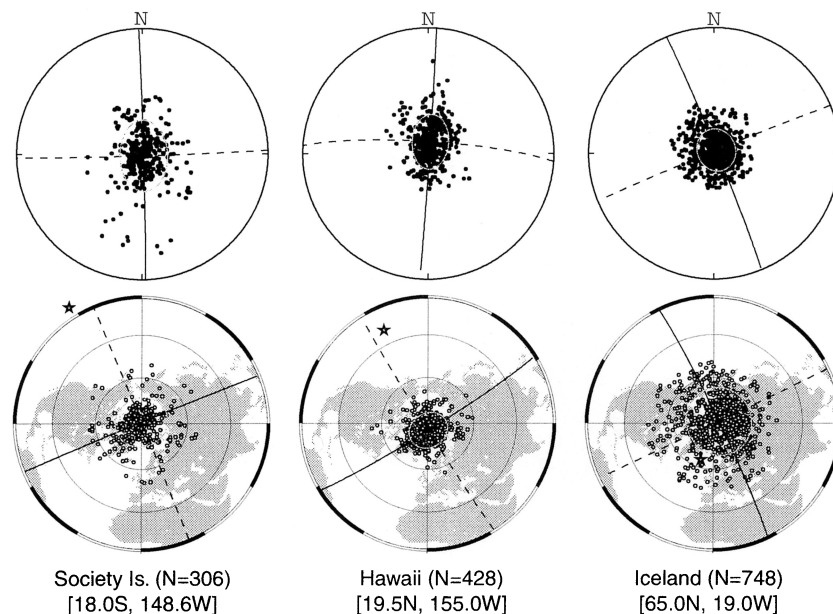


図 2: 過去 5 百万年間に噴出した溶岩から測定された古地磁気方位と極 (VGP) の分布。左からソサエティ諸島、ハワイ、アイスランド。ソサエティ諸島は Yamamoto et al. (2002) のデータ、残りの 2 サイトについては、IAGA-PSVL データベース (McElhinny and Lock, 1996) を用いた。いずれも等面積投影。2 本の線は Bingham 分布を仮定した時の楕円状分布の長軸と短軸。VGP(下) の地図ではサイトの位置を星印 (★) で表した (ソサエティ諸島は南半球)。古地磁気方位については「地心軸双極子 (「1. はじめに」を参照) がつくる磁場の方向」が中心になるように分布を移動して投影した。灰色線の楕円は、1 σ D の範囲の楕円を表す (この楕円の内側に全分布の約 63% が集まることが期待される)。

これについて詳細は後ほど改めて述べる。

次にこのような方位データと対応する VGP 分布の伸びについての特徴は全球的にはどのように観測されるのか考えてみる。図 3 は全球的に集められた古地磁気方位データをサイト (観測地) の緯度 15 度ごとに区切って分布を計算したデータである。ここで観測地の経度は全く無視して分布を一緒くたに計算した。図 3(a) から一般的な傾向として「方位データ分布の縦方向への伸び」と「VGP の横方向への伸び」の両方を読みとることができる。伸びの度合いは若干方位データ分布の方が大きいようである。また、図 3(b) は「方位データ分布のばらつきは低緯度ほど大きく、VGP 分布のばらつきは高緯度サイトほど大きい」という特徴を表している。これは図 2 の

ソサエティ諸島・ハワイの分布の広がりやアイスランドの分布の広がりからも一目瞭然である。この性質は古くから知られていたことで (Cox, 1970; McFadden et al., 1988 など)、現在では「PSV の中で特定の非双極子成分が卓越している」ことで説明する解釈が優勢である (Kono and Tanaka, 1995; Quidelluer and Courtillot, 1996; Constable and Johnson 1999; Hatakeyama and Kono, 2002)。「特定の非双極子成分」というのは、地球磁場を球面調和関数 ($Y_\ell^m(\theta, \phi)$; θ, ϕ はそれぞれ観測地の余緯度と経度) で展開した場合、次数 $\ell = 2 \cdot$ 位数 $m = \pm 1$ で表されるような四重極子成分である (双極子は $\ell = 1, m = 0, \pm 1$)。この成分の時間変化における分散が他の成分に比べて大きければ、VGP の ASD_F は高緯度が大きくな

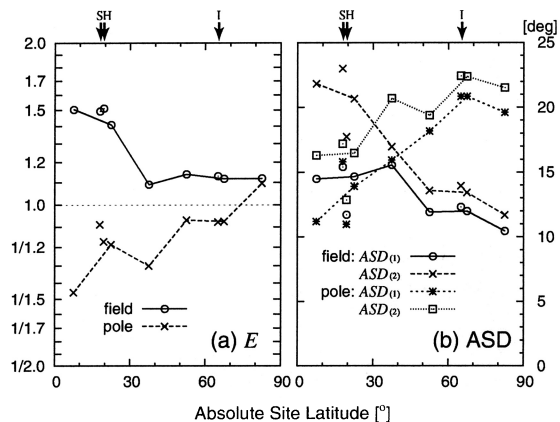


図 3: (a) 全球の古地磁気データを用いて、方位データと VGP の伸び係数 E を緯度ごとにプロットしたもの (b) 方位データと VGP の分布の Bingham 角度分散 (短軸 = $ASD_{(1)}$, 長軸 = $ASD_{(2)}$)。サイトの経度は無視して、緯度 15 度おきに統合した。また、南北両半球のデータも統合した。S, H, I の矢印が指すのはそれぞれソサエティ諸島、ハワイ、アイスランドの値。

る傾向が現れる (そうでなければこの ASD_F は緯度あまり依らない)。

この $\ell = 2, m = \pm 1$ 成分の大振幅をもつ変動は分布の伸びの方向にも影響を及ぼす。図 4 は、Hatakeyama and Kono (2002) で予測された TAF+PSV 統合モデルを用いて、各サイト緯度における方位と VGP の E を計算したものである。また、PSV のうち $\ell = 2, m = \pm 1$ に由来する成分と、それ以外の「コア表面でエネルギーを各 ℓ ごとに等分配する PSV」(Constable and Parker, 1988 で予想された) による E への寄与も記した。「等分配された PSV」は方位分布を縦方向に伸ばし VGP 分布を殆ど歪めないが、 $\ell = 2, m = \pm 1$ 成分はその逆に方位分布をあまり歪めず代わりに VGP 分布を横方向に大きく伸ばす効果があることがわかり、Hatakeyama and Kono (2002) の PSV モデルはその和 (実際には非線形なので正確な和ではない) を表していることが言える。

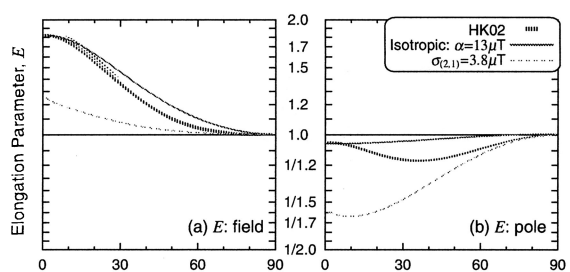


図 4: 古地磁気永年変化 (PSV) モデルによってできる古地磁気方位 (a) と VGP (b) の分布の E のサイト緯度依存性。HK02 … Hatakeyama and Kono (2002) によって求められた平均地球磁場 (TAF) モデルと PSV モデルを使って計算したもの。縦軸方向の広がりには各経度によって分布が若干変わるため生じる。Isotropic ($\alpha = 13 \mu T$) … HK02 モデルのうち、PSV の「磁場エネルギーを ℓ ごとに等分配 (当方的な) した」成分のみ。 $\sigma_{(2,1)} = 3.8 \mu T$ … HK02 モデルの PSV の中で他の成分と比較して大きな ($\ell = 2, m = \pm 1$) 成分の PSV だけによるもの。後 2 者では、TAF モデルは地心軸双極子磁場で固定している。

上記の 3 つの PSV について Bingham 分布のそれぞれの軸方向の $ASD_{(1)}$, $ASD_{(2)}$ を計算したのが図 5 である。この結果は先に挙げた VGP における高緯度ほど ASD が大きくなる傾向はまさに $\ell = 2, m = \pm 1$ で説明されること (「等分配な PSV 成分」が ASD の緯度依存性に寄与しないこと) を示している。また、Hatakeyama and Kono (2002) の PSV モ

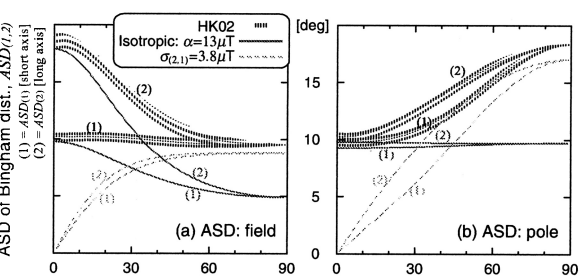


図 5: 古地磁気永年変化 (PSV) モデルによってできる古地磁気方位 (a) と VGP (b) の分布の角度分散 ($ASD_{(1)}$, $ASD_{(2)}$) のサイト緯度依存性。

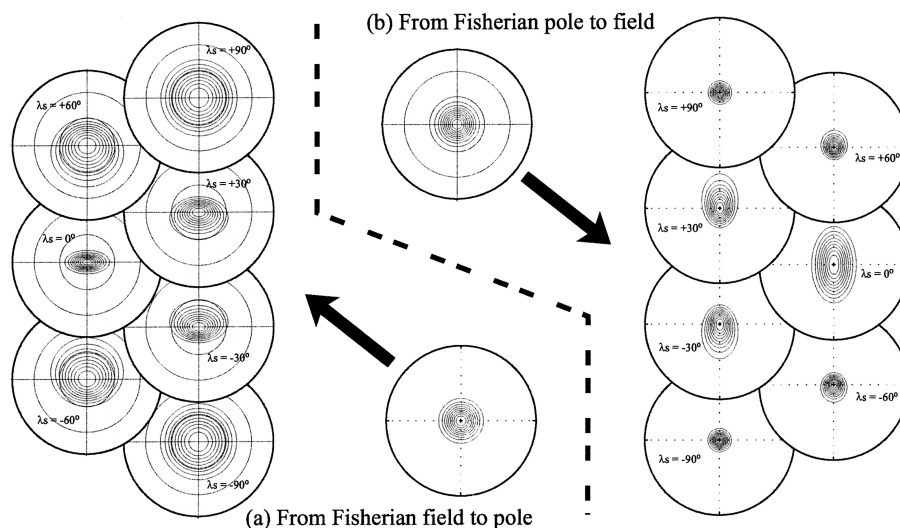


図 6: 方位 $\leftrightarrow$ VGP 写像による分布の歪み。(a) 方位データが Fisher 分布の時の VGP 分布、(b) VGP が Fisher 分布の時の方位データの分布。各分布の線は 10% ごとの等高線とその写像を表す。

デルでは、楕円状分布の短軸方向のばらつきの大きさ ($ASD_{(1)}$) は殆ど緯度に依らないことを予言している。

ここまで、方位データと対応する仮想古地磁気極の分布を楕円的な Bingham 分布に当てはめて考察してきた。これらの考察は現実的に、サンプルが十分に確保できるいくつかのサイトで行うことができるようになってきた。しかし、この分布もやはり 1 つの矛盾を持っている。それは Fisher 分布の時と同様に、ある地点で「方位に Bingham 分布を仮定すると、VGP は Bingham 分布にならない」し「VGP に Bingham 分布を仮定すると各地点の方位データは Bingham 分布にならない」のである。

2.3 さらに高次の分布 — 対称な歪み

次にもう 1 段自由度を大きくした古地磁気方位データと VGP の分布に関する考察をしよう。それは、方位 (伏角・偏角) と VGP (極緯度・極経度) に関する写像 (変換) をサイトごとに行うことで生じる分布の前後方向の非対称性 (ここでは「歪み: distortion」と

呼ぶ) である。

図 6 は、方位または VGP のどちらかが Fisher 分布をする時の、各緯度ごとでのもう一方の分布を表す。(a) 丸い磁場方位分布が横長の VGP 分布をし、(b) 丸い VGP 分布が縦長の方位分布へ写像されるのは前述の通りだが、その歪みはいずれも低緯度ほど大きくなる。また、赤道上では伸びはするものの前後・左右の対称性は保たれる (ほぼ Bingham 分布に近い)。しかし中低緯度のサイト—つまり一番サンプルが多く得られている地帯—でこの写像を行うと、引き伸ばされるだけでなく前後方向 (子午面方向) が非対称な分布に形を変えてしまう。

この性質は実際のデータにどのように現れているであろうか。図 2 を見ると、低緯度の 2 地域—ソサエティ諸島・ハワイ—のデータでは確かに古地磁気方位データは前後方向へ楕円状に伸ばされているだけでなく南半球のソサエティ諸島のデータであれば手前方向、北半球のハワイのデータであれば向こう方向に歪められている。この特徴は図 6(b) が示すものと非常によく似ている。このことは、この 2 地点

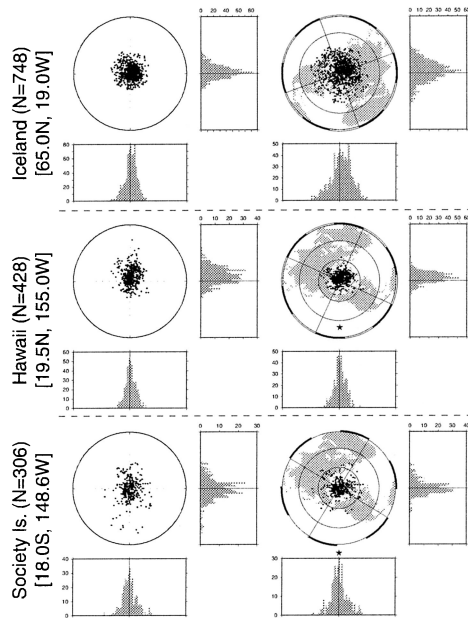


図 7: アイスランド・ハワイ・ソサエティ諸島の方位データと VGP の分布における、子午面 (前後) 方向とそれに垂直な方向の分布を表すヒストグラム。

では丸い方の VGP の分布は前後左右に非常に対照的に分布していることを示している。

前後・左右方向の分布の偏りをヒストグラムで書いたものが図 7 である。可視的な方向と VGP の分布と比べてはつきりはしないが、対称的な左右 (各球面状分布の図の下側のヒストグラム) に対して非対称で歪んでいる前後方向分布 (右側のヒストグラム) を読みとることができる。

ここにもやはり矛盾があるのである。そもそも VGP は「地球の中心に磁石が 1 本ある」=「地球磁場は双極子」と仮定している。図 5,6 で示されるように、どうやら地球磁場の変動は双極子の変動や「等方的な」PSV モデルでは表されないようなのである。VGP で PSV を推し量ることは非常に直感的で考察にも有用ではあるが、非双極子がある場合の意味と様子について考える必要がある。

3 まとめ

過去 5 百万年間に噴出した火山岩から測定された古地磁気方位データの分布とそこから計算される VGP の分布について、現時点で以下のことが言える。

- 従来の古地磁気学では始めに得られる古地磁気方位データを「丸い」と仮定して Fisher 統計を用いた解析を行うが、実際には方位データは子午面方向 (前後方向) に伸びている。VGP の分布はそれと垂直方向 (左右方向) に伸びているが方向データ分布よりは丸い。
- VGP はサイトの経度に依らず横方向に伸びているが、これは古地磁気永年変化の非双極子成分 ($\ell = 2, m = \pm 1$) の変動が大きなことに起因するものと考えられる。この成分は VGP の角度分散がサイト緯度が高いほど大きくなる性質の原因と同一と考えられる。
- 方位データは伸びているだけでなく前後非対称に歪んでいる。とくに低・中緯度ではこの傾向が大きいが、これは対称的な分布に関する写像と一致する。

本稿では過去の地球磁場を表す古地磁気方位データを集めて、そこから得られる地球磁場の長期変動の特徴を示す情報を抽出する手法や問題点について、簡単な近似からより複雑な地球磁場の本質に迫るものまで順を追って説明した。ご覧の通り古地磁気データは、岩石が獲得してから地質年代を経る間に「風化」されてしまうことと、この物理データの本質的な脆さのために非常にあやふやである。また測定が非常に煩雑であるため、数をこなすことが困難であり、上記の地質学的理由から失敗サンプルも多い。このようなデータを使い、いかに有用な情報を引き出すかは常に得られた情報の信頼性を考えながら新たな手法を試す非常に地味な作業である。さまざまな手段を用いて手に入れた「現在の地球のデータ」を利用する地球科学とは対極的な位置にある。しかしこ

のような解析を試みることは、ダイナモ作用によって地球磁場を作り出している地球のコア (核) の進化やダイナミクスを考える上で必要不可欠である。

謝辞

本研究に関して岡山大学固体地球研究センターの河野長先生には全体に渡って大変有用なご意見を頂いた。高知大学教育学部の田中秀文先生には Bingham 統計に関するアドバイスと解析ソフトを提供していただいた。産業技術総合研究所の山本裕二さんにはソサエティ諸島の古地磁気データを使用するにあたって快く許諾していただいた。感謝いたします。

References

- Bingham, C., An antipodally symmetric distribution on the sphere, *Ann. Stat.*, **2**, 1201–1225, 1974
- Coe, R. S., Paleointensities of the earth's magnetic field determined from Tertiary and Quaternary rocks, *J. Geophys. Res.*, **72**, 3247–3262, 1967
- Constable, C. G. and R. L. Parker, Statistics of the geomagnetic secular variation for the past 5 m.y., *J. Geophys. Res.*, **93**, 11569–11581, 1988
- Constable, C. G. and C. L. Johnson, Anisotropic paleosecular variation models: implications for geomagnetic field observables, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **115**, 35–51, 1999
- Cox, A. V., Latitude dependence of the angular dispersion of the geomagnetic field, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **20**, 253–269, 1970
- Fisher, R. A., Dispersion on a sphere, *Proc. R. Soc. Lond.*, **A217**, 295–305, 1953
- Hatakeyama, T. and M. Kono, Geomagnetic field model for the last 5 My: time-averaged field and secular variation, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **134**, 181–215, 2002
- Hatakeyama, T., Kono M. and H. Tanaka, Elongation in distribution of paleomagnetic field nad corresponding poles, 2004 (*in prep.*)
- 小玉 一人, 古地磁気学, 東京大学出版会, 248pp, 1999
- Kono, M. and H. Tanaka, Mapping the Gauss coefficients to the pole and the models of paleosecular variation, *J. Geomag. Geoelectr.*, **47**, 115–130, 1995
- McElhinny, M. W. and J. Lock, IAGA paleomagnetic databases with Access, *Surv. Geophys.*, **17**, 575–591, 1996
- McElhinny, M. W., McFadden, P. L. and R. T. Merrill, The time-averaged paleomagnetic field 0–5 Ma, *J. Geophys. Res.*, **101**, 25007–25027, 1996
- McFadden, P. L., Merrill, R. T. and M. W. McElhinny, Dipole/quadrupole family modeling of paleosecular variation, *J. Geophys. Res.*, **93**, 11583–11588, 1988
- Onstott, T. C., Application of the Bingham distribution function in paleomagnetic studies, *J. Geophys. Res.*, **85**, 1500–1510, 1980
- Quidelleur X. and V. Courtillot, On low-degree spherical harmonic models of paleosecular variation, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **95**, 55–77, 1996
- Tanaka, H., Circular asymmetry of the paleomagnetic directions observed at low latitude volcanic sites, *Earth Planets Space*, **51**, 1279–1286, 1999
- Thellier, E. and O. Thellier, Sur l'intensité du champ magnétique terrestre dans le passé historique et géologique, *Ann. Geophys.*, **15**, 285–376, 1959
- Wilson, R. L., Permanent aspects of the Earth's non-dipole magnetic field over upper tertiary times, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **19**, 417–437, 1970
- Wilson, R. L., Dipole offset – The time average palaeomagnetic field over the past 25 million years, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **22**, 491–504, 1971
- Yamamoto, Y., K. Shimura, H. Tsunakawa, T. Kogiso, K. Uto., H. G. Barsczus, H. Tda, T. Yamazaki and E. Kikawa, Geomagnetic paleosecular variation for the past 5 Ma in the Society, Islands, French Polynesia, *Earth Planets Space*, **54**, 797–802, 2002

学習グループの最適化するための新しい遺伝的アルゴリズム

岩崎 彰典 岡山理科大学 情報処理センター

宮地 功 岡山理科大学 総合情報学部 情報科学科

尾上 誉幸 岡山県立岡山城東高等学校

1 はじめに

いじめや不登校の問題が小中学校において深刻になっている。これを解決するために学級内の児童の仲間作りやまとまりのある学級作りを進めることが今まで以上に大切になってきている。そのため、児童全員の相互の友達関係をできるだけ正確に把握する必要性が高まっている。友達関係を把握した情報を用いて学習グループ分けをしたり、個別に指導するなどして、平素から仲間作りを進め、いじめを受けたり何らかの理由で不登校になる児童を未然に防止することが重要である。また、指導した効果がどの程度どのように現れたかを再調査し、次に指導する対策を考えることも必要である。これらを繰返して日常的に仲の良い学級作りに取り組むことが大切である [7, 12]。

学級の友達関係を測定し分析する方法として、ソシオメトリックテストがある [4, 12]。ソシオメトリックテストの1つとして、構成員全員の名前を書いておき、間隔尺度で一人一人について選択の度を問う質問用紙が提案されている [7]。この質問用紙を友達調べ用紙として用い、友達関係を把握する研究がなされている [8]。友達調べ用紙には、学級の構成員全員のことを考えて回答するので仲間作りに良い影響があるといわれている。この友達調べ用紙によって得られる情報を基に、ヒューリスティックな手法を用いて、学習グループを構成する手法が提案されている [9, 10]。ヒューリスティックはグリーディ(欲張り)法に基づくため、1度の探索では1つの解を求めることしかできない。実際のクラス運営ではグループ構成を複数回行う必要があり、複数の解を得るためには探索の初期値を変更して解の探索ルートを変えて再探索する必要がある。遺伝的アルゴリズムは、解集団を遺伝的操作で改善していく手法であり、世代交代を繰返した後、複数の解を得ることができる。しかし、グループ構成問題には交叉によって致死遺伝子が多く発生するという欠点があった [1]。そこで本論文では、致死遺伝子を発生しないように工夫した遺伝的アルゴリズム (AGA) を提案すると共に、少人数のクラスに対して列挙法により厳密解を求め、AGA の解と比較し、評価を行う [2, 3]。さらに、実際のクラスへAGAを適用し、複数の近似パレート解とそのパレート解の与える友達関係行列を提示し教師の意思決定に有効であることを示す。

2 間隔尺度ソシオメトリックテスト

全員の児童名が書かれている用紙を用意し、児童 i が友達 j と並びたい程度を「どれでもない」を0, 「すこし」を1, 「かなり」を2, 「たいへん」を3, 「ものすごく」を4 の5段階評価でアンケートを行う [7]。この評価を選択強さ $r_{ij} = 0, 1, 2, 3, 4, (i, j = 1, 2, \dots, N)$ として数値化する。また、児童 i が友達 j を並びたい友達として選択したか否かを示す変数 b_{ij} を

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & r_{ij} = 0 \\ 1, & r_{ij} > 0 \end{cases}, i, j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

とする。ここで、 N は学級の児童数である。

3 学習グループ構成問題

3.1 問題の定式化

k 番目のグループを構成する児童集合を $\mathcal{G}_k$ とすれば、児童 i は唯一の $\mathcal{G}_k$ に属する.

$$i \in \mathcal{G}_k, i \notin \overline{\mathcal{G}_k}, i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

ここで、 K はグループ数である. また、グループ内の男女の数は出来るだけ同じになるのが望ましい. そこで、グループ内の男子の集合を $\mathcal{M}_k$ 、女子の集合を $\mathcal{W}_k$ 、グループ内の男子の数を M_k 、女子の数を W_k とし、グループ内の男子の数と女子の数が出来るだけ同じになるように指定する.

$$\left. \begin{array}{l} |\mathcal{M}_k| = M_k \\ |\mathcal{W}_k| = W_k \end{array} \right\}, k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

かつ,

$$\sum_{k=1}^K (M_k + W_k) = N \quad (4)$$

でなければならない. ここで、 $|\mathcal{M}_k|$ は集合 $\mathcal{M}_k$ の要素数を表す. 式(2)~(4)が制約条件である.

グループ化された学級の選択強さの総和 z_1 の目的関数は

$$\text{Maximize } z_1 = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j \in \mathcal{G}_k} r_{ij} \quad (5)$$

である. ところが、 z_1 に関してのみ最大化された解は、極端に選択強さの弱いグループを含む可能性がある. そこで、選択強さが最小のグループの選択強さ z_2 も同時に最大化する必要がある. すなわち、

$$\text{Maximize } z_2 = \min_{k=1}^K \sum_{i,j \in \mathcal{G}_k} r_{ij} \quad (6)$$

とする. さらに選択したか否かを表す変数 b_{ij} も考慮に入れ、グループ化された学級の選択数の総和 z_3 の最大化、

$$\text{Maximize } z_3 = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j \in \mathcal{G}_k} b_{ij} \quad (7)$$

と、選択数が最小のグループの選択数 z_4 の最大化、

$$\text{Maximize } z_4 = \min_{k=1}^K \sum_{i,j \in \mathcal{G}_k} b_{ij} \quad (8)$$

を行い、グループ間に大きな差が生じないようにする.

本問題は目的関数が(8)から(11)の4つがあるために多目的最適化問題である[11].

4 遺伝的アルゴリズム (GA)

4.1 遺伝子のコード化

GAは与えられた問題に対して、解の候補を複数生成する. その解候補の集団に対して、交叉、突然変異、および選択の遺伝的操作を行う. この遺伝的操作の繰り返しによって、解候補の集団を大きなものとし、適応度の高いものを次世代に残す. 世代交代を繰り返し近似解の集団を改善していく. GAが効率良く近似解を改善するためには、交叉、突然変異、および選択の3つの遺伝的操作の役割を十分に認識した上で、対象としている問題に対して遺伝子のコード化を適切に行うことが重要である[6].

親1[{2 5 6} {3 7 9} {1 4 8}]
↓ 交叉
親2[{4 7 9} {1 2 8} {3 5 6}]
子1[{2 5 6} {3 2 8} {3 4 8}]
子2[{4 7 9} {1 7 9} {1 5 6}]

図 1: 2点交叉による致死遺伝子の発生

4.2 コード化の評価規範

コード化の適切さを判定する手がかりとして、次の4つの評価規範が示されている[5]。これらの評価規範を考慮して、本問題のコード化を考える。

(1) 完備性

問題空間上のすべての解候補は、遺伝子の組合せとして表現できること。

(2) 健全性

GA 空間上のすべての遺伝子の組合せは、問題空間の解候補に対応付けられること。

(3) 非冗長性

遺伝子の組合せと解候補は、1対1に対応付けられること。

(4) 形質遺伝性

親の形質は、交叉によって適切に子へ継承されること。

まず、簡単のため男女の区別をつけずに考える。本論文では児童番号を遺伝子とし、同じ児童が重複しないように遺伝子を並べる。その遺伝子の並びをグループ化したクラスを個体としてコード化する。グループを構成する児童集合を $\mathcal{G}_k$ 、クラスに属するグループの集合を $\mathcal{I}$ とすれば $\mathcal{I}$ が1個体を表す。1世代を構成する個体集合を $\mathcal{P}$ とする。9人を3グループに分けるクラスの一世代を次に示す。

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} [\{2\ 5\ 6\} \quad \{3\ 7\ 9\} \quad \{1\ 4\ 8\}] \\ \vdots \\ [\{4\ 7\ 9\} \quad \{1\ 2\ 8\} \quad \{3\ 5\ 6\}] \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $\mathcal{G}_k = \{\dots\}$, $\mathcal{I} = [\dots]$ と表す。ただし、グループ内での遺伝子の交換、グループ同士の交換を行った個体は同一個体とする、このコード化は上記の(1)(2)(3)を満たす。しかし、本問題のようなグループ構成問題では、遺伝的アルゴリズムでよく用いられる交叉、例えば2点交叉はうまく働かないことが指摘されている[1]。

4.3 単一個体からの子の生成

本問題では、2点交叉を行うと、図1に示すようにある児童が複数のグループに属するケースが発生し、致死遺伝子となる。さらに、グループ内男女数の制約条件を考慮すれば、更に多くの致死遺伝子が発生する。

ここでは、アメーバの無性生殖やウィルスの分裂にヒントを得た新たな遺伝的アルゴリズムを提案する。無性生殖では交叉を行うことなく、突然変異のみで遺伝子の組み替えを行っている。1回の分裂で1つの突然変異した個体が生成されるとする。図2のようにある初期個体からスタートし、分裂を n 回繰返して、個体数 P が 2^n 個に増殖したとき、そのうち r 回の突然変異を行った個体の個数は ${}_nC_r$ である。図2の四角の中の数字は突然変異の回数である。図2の右端のように $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \dots$ の分裂を繰返せば単なる突然変異によるランダム探索であるが、アメーバ的分裂による増殖後の 2^n 個の個体は親の形質を適度に受継いだ個体が多く生成されるので、コード化の評価基準(4)をうまく満たすことが期待できる。

本問題では、図3のように個体の内部で遺伝子を組み替えれば致死遺伝子を全く生成することなく増殖が可能である。この操作は、1つの個体から1つの個体が突然変異をおこして分裂したことに相当する。分裂後の両

個体にアメーバ的分裂を行い，ねずみ算式に増殖させ，これを1世代とする．この世代の中で最も優秀な個体を次世代の最初の親とした．これはエリート戦略の一種である．本論文ではこの遺伝的アルゴリズムをAGA (Ameba like Genetic Algorithm) と呼ぶ．

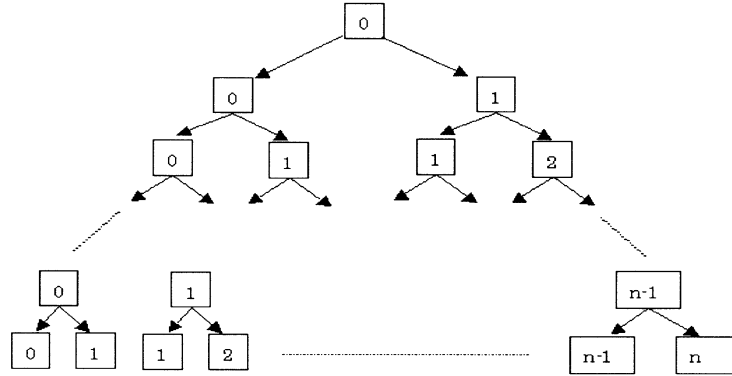


図 2: アメーバ的分裂

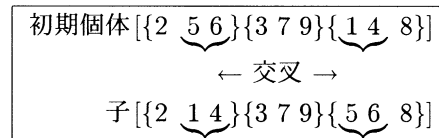


図 3: 致死遺伝子を発生しない初期個体の分裂

4.4 グループ内男女数の制約条件

次に，指定のグループ内男女数を満たすことを考える．図4に示すように個体 I を男子の部分集合 M ，女子の部分集合 W に分けておく．ここで，図中のイタリックは女子を表す．それぞれの部分集合に対し分裂操作を行う．この後， G_k の M_k, W_k に一致させるようにグループ化を行えば全く致死遺伝子を生成することなく個体数を増やしていくことが可能である．

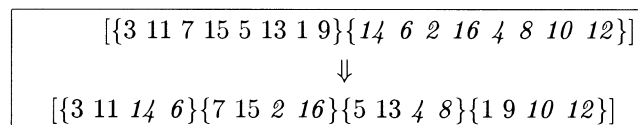


図 4: 男女の集合に分けた分裂後のグループ化

4.5 適応度関数

本問題では4つの目的関数，選択強さの和，選択強さの最小値，選択数の和，選択数の最小値をそのまま適応度関数とする．4つの適応度関数それぞれに対しAGAを適用することにより， $4 \times P$ 個の解集団を得ることができる．

4.6 停止条件

停止条件は，クラスの規模に応じて適切に決める必要がある．ここでは，次節で述べる列挙法が適用可能なクラスの規模での実験を行い，AGA の探索能力を調べて探索世代数を決めた．

5 列挙法

AGA では得られた解がどの程度良いのかを評価することができない．そこで，実用的に計算可能な範囲で列挙法を適用し，AGA の探索能力を評価する． N 人の児童を K 個のグループで構成する場合，グループ k の人数を G_k とすれば，グループ 1 の組合せの数はグループ間の入替えを考慮して ${}_N C_{G_1}/K$ となる．グループ 2 の組合せの数は， ${}_{N-G_1} C_{G_2}/(K-1)$ となる．従って， N 人を K 個のグループで構成する場合の数 μ は，

$$\mu = \frac{{}_N C_{G_1}}{K} \times \frac{{}_{N-G_1} C_{G_2}}{K-1} \times \dots \times \frac{{}_{N-\sum_{k=1}^{K-1} G_k} C_{G_K}}{1} \quad (10)$$

となる．この組合せを重複することなく列挙する．図 5 のように出席番号順に並んだ児童の集合を初期値とする．この児童の集合の中から ${}_N C_{G_1}/K$ 分のグループ集合 $\mathcal{L}_1$ を作成する．グループ集合 $\mathcal{L}_1$ の中から 1 グループを固定し，そのグループに属する児童を除いた集合を作成する．その集合から ${}_{N-G_1} C_{G_2}/(K-1)$ 分のグループ集合 $\mathcal{L}_2$ を作成する．以下同様にグループ集合 $\mathcal{L}_3, \mathcal{L}_4, \dots, \mathcal{L}_K$ を作成する．完全列挙はグループ集合の直積，

$$\mathcal{L} = \prod_{k=1}^K \mathcal{L}_k \quad (11)$$

を作ることで実現できる．この完全列挙の組合せの中には，グループ内の男女数が所定の数を満たさないという実行不可能解を含む．グループが制約条件を満たさない場合，それ以降の探索を打ち切れば完全列挙より高速に列挙することができる．これは，分枝限定法における実行可能性チェックに相当する．

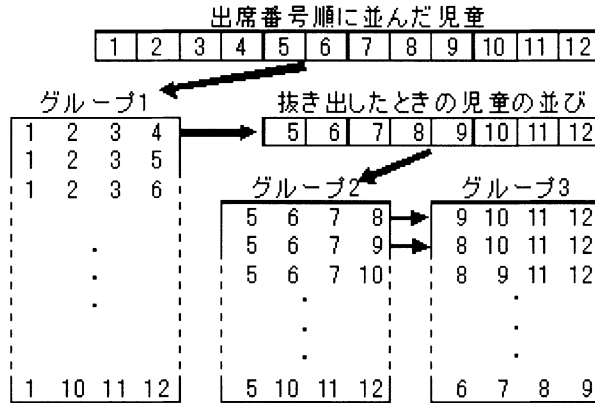


図 5: 列挙法

6 計算機実験

実験に用いた計算機は，CPU:PentiumIII 1GHz，メモリ:521MB，OS:Windows2000 である．用いたデータは実際に児童からアンケートをとったものである．

6.1 列挙法による AGA の評価

4 人で 1 グループを構成するとして，5 グループの場合分けの数は $\mu \simeq 10^9$ ，6 グループの場合分けの数は $\mu \simeq 10^{12}$ となる．パソコンで約半日で列挙可能なのは，場合の数が約 10^9 程度であるため，男女 10 人ずつ 20 人

に対し4人づつの5グループになるよう列挙法とAGAを適用した。AGAの世代内個体数 P を1, 64とし、列挙法で得られた厳密解の与える目的関数値を持つ解が得られるまでの解の探索個数を調べた。 $P=1$ は図2の右端を探索すること、すなわち致死遺伝子を生成しないようなランダム探索に相当する。結果を表1に示す。#はクラス番号、Min, Ave, Maxは乱数列を変え10回実験したときの探索個数の最小、平均、最大である。多くのケースで $P=64$ が、1桁以上高速に厳密解を得ている。目的関数 z_4 に関しては、 $P=64$ の方が若干劣るクラスがあり、またクラスによって解の探索個数に大きなバラツキがある。これは、厳密解である解の個数に大きなバラツキがあり、親の形質を継承する効果が小さいためと思われる。

AGAの世代数を1000としたときの結果と、厳密解の結果の目的関数値を比較した結果を表2に示す。Exactは厳密解の目的関数値である。列挙法に要した時間は、実行可能性チェックを行って、平均で622秒であるのに対し、AGAでは約5秒で良好な解を得ている。

6.2 AGAの実際のクラスへの適用

男女の人数に差があり、クラスの児童数がグループ数で割切れないようなクラスに対しAGAを適用した。表1の結果より解の探索数を約 10^8 個、探索世代にして1562500世代とした。要した時間は約8500秒=2.4時間である。

このAGAの結果とヒューリスティックの結果[10]の目的関数値の比較を表3に示す。Heuristicはヒューリスティックの目的関数値である。ヒューリスティックな解法を選択強さの最大化に関して説明する。ヒューリスティックでは、選択強さの強い順に男女ペアを作り、そのペアに対し選択強さの強い順にグループ構成員を追加するという、グリーディ(欲張り)法である。AGAの解は、いくつかヒューリスティックの解に劣るものがあるものの概ね同等であり、その他の解、特に選択強さの和に関しては、AGAの解がはるかに良い解になっている。

7 まとめ

本論文では、無性生殖における突然変異に基づくAGAを用いた学習グループ構成法を提案した。20人のクラスに対し、列挙法とAGAを適用し、AGAが厳密解を比較的容易に探索することを示した。実際のクラスにAGAを適用し、ヒューリスティックの解と比較して良い結果を得た。

参考文献

- [1] E. Falkenauer, A New Representation and Operators for Genetic Algorithms Applied to Grouping Problems, *Evolutionary Computation*, Vol.2, No.2, pp.123-144 (1994).
- [2] 岩崎彰典, 宮地功, 尾上誉幸, GAによる学習グループの編成, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.101, No.506, pp.73-78 (2001).
- [3] 岩崎彰典, 宮地功, 尾上誉幸, 学習グループにおける意思決定, 京都大学数理解析研究所講究録 1306, pp.178-185 (2003).
- [4] 河井芳文 編著, ソシオメトリー入門, みずうみ書房 (1985).
- [5] 小林重信, 遺伝的アルゴリズムの基礎と応用 [2], オペレーションズ・リサーチ, Vol.38, No.6, pp.331-319 (1993).
- [6] 小林重信, 遺伝的アルゴリズムの基礎と応用 [4], オペレーションズ・リサーチ, Vol.38, No.8, pp.419-429 (1993).
- [7] 宮地功, 岸誠一, 小孫康平, 間隔尺度測定に基づいたソシオメトリックテストの提案と分析システムの開発, 教育情報研究, Vol.9, No.2, pp.33-44 (1994).

- [8] 宮地功, ファジィ理論を応用した学級の友達関係伝播図とまとまり度の提案—間隔尺度法による友達調査を用いて—, 日本ファジィ学会誌, Vol.8, No.2, pp.271-282 (1995).
- [9] 宮地功, 学習グループ構成問題, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト, pp.20-21 (1995).
- [10] 宮地功, 学習グループ構成問題のヒューリスティック解法, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.64-65 (1996).
- [11] 坂和正敏, 田中雅博, 遺伝的アルゴリズム, pp.1-113, 朝倉書店 (1995).
- [12] 田中熊次郎, ソシオメトリの理論と方法, 明治図書 (1972).

表 1: 厳密解を見つけるために要した解の探索個数
(各クラスにつき乱数列を変えた 10 回の実験の最小, 平均, 最大)

目的関数 z_1

#	$P = 1$			$P = 64$		
	Min	Ave	Max	Min	Ave	Max
1	8.3E+6	1.1E+8	6.0E+8	9.3E+3	3.9E+5	2.0E+6
2	5.9E+7	1.4E+8	3.2E+8	1.1E+4	1.8E+5	1.1E+6
3	5.9E+4	1.4E+7	5.1E+7	3.3E+3	4.0E+4	1.6E+5
4	8.3E+5	2.3E+7	6.6E+7	6.4E+2	2.1E+5	1.4E+6
5	3.8E+6	5.7E+7	1.3E+8	7.0E+3	3.6E+7	1.4E+8
6	4.8E+7	8.7E+7	1.4E+8	6.9E+3	3.0E+4	5.6E+4
7	1.2E+7	9.6E+7	2.6E+8	2.7E+3	4.7E+6	1.9E+7
8	3.3E+6	4.6E+7	1.2E+8	7.3E+3	2.2E+6	1.3E+7
9	7.8E+6	1.4E+8	3.6E+8	6.4E+3	9.7E+4	2.8E+5
10	4.6E+6	2.4E+7	4.7E+7	1.2E+3	3.0E+6	1.6E+7

目的関数 z_2

#	$P = 1$			$P = 64$		
	Min	Ave	Max	Min	Ave	Max
1	1.4E+5	6.2E+6	1.9E+7	7.0E+2	1.6E+6	1.5E+7
2	5.3E+4	2.2E+5	5.5E+5	2.2E+3	1.7E+5	8.1E+5
3	4.5E+5	2.2E+7	5.4E+7	4.2E+4	1.8E+6	7.3E+6
4	3.7E+5	6.1E+7	1.5E+8	1.9E+4	1.4E+7	1.1E+8
5	1.1E+7	1.7E+8	4.9E+8	2.0E+4	5.7E+6	2.8E+7
6	5.5E+5	5.0E+6	1.2E+7	1.8E+4	3.1E+5	1.1E+6
7	1.0E+6	1.6E+7	5.3E+7	2.5E+4	4.8E+5	1.0E+6
8	7.6E+5	2.6E+7	6.3E+7	1.6E+6	5.4E+7	3.1E+8
9	3.9E+5	3.8E+6	1.5E+7	4.5E+4	6.3E+5	3.2E+6
10	5.9E+6	3.3E+7	7.0E+7	6.5E+4	1.1E+7	3.8E+7

目的関数 z_3

#	$P = 1$			$P = 64$		
	Min	Ave	Max	Min	Ave	Max
1	5.4E+4	2.4E+5	6.6E+5	9.6E+2	3.1E+4	1.2E+5
2	4.3E+2	3.1E+3	6.2E+3	6.4E+1	4.2E+2	1.3E+3
3	7.5E+1	2.4E+2	6.3E+2	6.4E+1	1.4E+2	2.6E+2
4	6.1E+3	2.3E+4	8.9E+4	2.6E+2	3.7E+3	1.9E+4
5	1.5E+6	3.3E+7	1.9E+8	7.2E+3	6.2E+5	2.0E+6
6	8.1E+4	8.6E+5	2.5E+6	2.8E+3	3.9E+4	1.3E+5
7	8.7E+4	4.9E+6	1.2E+7	2.8E+3	4.0E+4	2.1E+5
8	2.5E+5	1.9E+6	4.1E+6	2.0E+4	2.0E+5	4.8E+5
9	8.3E+3	5.4E+4	1.6E+5	2.6E+2	1.4E+4	5.7E+4
10	9.5E+5	3.7E+7	1.8E+8	1.5E+4	2.5E+6	9.7E+6

目的関数 z_4

#	$P = 1$			$P = 64$		
	Min	Ave	Max	Min	Ave	Max
1	1.2E+1	1.2E+2	4.5E+2	6.4E+1	7.0E+1	1.3E+2
2	2.7E+2	4.0E+3	1.2E+4	6.4E+1	1.5E+3	3.0E+3
3	4.1E+1	2.5E+2	5.7E+2	6.4E+1	9.6E+1	1.3E+2
4	3.0E+3	1.8E+4	4.1E+4	5.1E+2	1.9E+4	1.5E+5
5	1.3E+4	5.1E+4	9.2E+4	1.3E+2	1.3E+4	4.2E+4
6	1.0E+0	1.7E+1	4.9E+1	1.0E+1	5.9E+1	6.4E+1
7	3.1E+2	2.7E+3	5.7E+3	1.0E+0	9.1E+2	3.2E+3
8	1.1E+3	6.2E+3	1.6E+4	1.9E+2	1.1E+4	4.8E+4
9	3.8E+3	5.5E+4	1.6E+5	3.2E+2	5.6E+4	1.5E+5
10	1.5E+6	1.9E+7	4.1E+7	7.4E+4	2.4E+7	9.3E+7

表 2: AGA の解と厳密解との比較
(AGA は 10 回の最小, 平均, 最大)

目的関数 z_1				
#	Min	Ave	Max	Exact
1	151	153.6	155	155
2	151	155.6	157	157
3	162	164.4	165	165
4	162	164.6	165	165
5	221	222.3	224	224
6	180	184.7	187	187
7	141	143.4	145	145
8	159	159.8	161	161
9	150	155.3	157	157
10	143	145.2	146	146

目的関数 z_2				
#	Min	Ave	Max	Exact
1	26	27.0	28	28
2	26	26.5	27	27
3	29	29.3	31	31
4	29	30.0	31	31
5	37	38.4	40	41
6	30	32.2	33	33
7	23	23.6	24	25
8	26	27.0	28	28
9	25	26.3	27	27
10	24	25.8	27	27

目的関数 z_3				
#	Min	Ave	Max	Exact
1	58	58.0	58	58
2	60	60.0	60	60
3	60	60.0	60	60
4	60	60.0	60	60
5	70	71.4	72	72
6	56	56.9	57	57
7	51	51.7	52	52
8	58	58.7	59	59
9	60	60.0	60	60
10	54	55.9	57	57

目的関数 z_4				
#	Min	Ave	Max	Exact
1	10	10.0	10	10
2	12	12.0	12	12
3	12	12.0	12	12
4	11	11.9	12	12
5	12	12.8	13	13
6	9	9.0	9	9
7	9	9.0	9	9
8	11	11.0	11	11
9	11	11.8	12	12
10	10	10.0	10	11

表 3: AGA の解とヒューリスティックの解との比較
(AGA は 10 回の最小, 平均, 最大)

目的関数 z_1				
#	Min	Ave	Max	Heuristic
1	300	302.3	305	233
2	265	272.1	275	205
3	306	311.9	314	215
4	309	314.3	317	206
5	380	384.8	388	237
6	279	281.4	284	228
7	247	248.8	252	209
8	264	267.8	270	204
9	232	235.3	238	193
10	238	240.7	244	171

目的関数 z_2				
#	Min	Ave	Max	Heuristic
1	26	27.5	28	28
2	23	24.7	26	24
3	38	39.2	41	25
4	37	38.0	39	23
5	36	37.0	38	29
6	25	25.6	26	27
7	21	22.1	23	23
8	21	22.5	24	24
9	21	22.3	23	23
10	19	21.0	23	20

目的関数 z_3				
#	Min	Ave	Max	Heuristic
1	110	110.2	111	121
2	112	112.9	114	123
3	135	135.5	136	112
4	127	128.6	130	106
5	121	121.5	122	106
6	91	92.2	93	103
7	88	89.6	90	99
8	97	98.9	101	107
9	104	105.3	106	112
10	101	102.2	104	110

目的関数 z_4				
#	Min	Ave	Max	Heuristic
1	10	10.6	11	10
2	11	11.0	11	11
3	17	17.0	17	11
4	16	16.2	17	10
5	12	12.0	12	10
6	8	8.9	9	9
7	8	8.1	9	9
8	9	9	9	9
9	10	10.1	11	10
10	9	9.1	10	10

